

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
заведующий
кафедрой
кибербезопасности
информационных систем
С.Л. Кенин



17.03.2025

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.13 Математическая статистика

1. Код и наименование направления подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

2. Профиль подготовки:

-

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

кафедра кибербезопасности информационных систем

6. Составители программы:

Ляликова Виктория Геннадиевна,
кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована:

научно-методическим советом факультета ПММ, протокол №6 от 17.03.2025 г

8. Учебный год 2026-2027

Семестр: 4

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины: сформировать у обучающихся комплекс знаний по основным разделам математической статистики как теоретической основы статистической обработки данных.

Задачи учебной дисциплины: изучение основных задач математической статистики; формирование у обучающихся навыков решения прикладных задач статистической обработки данных, в том числе с использованием пакетов прикладных программ

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули).

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен проводить работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований	ПК-1.1	Обеспечивает сбор, обработку, анализ и обобщение результатов экспериментов и исследований в соответствующей области знаний	<i>Знать:</i> терминологическую базу и теоретические сведения из основных разделов математической статистики. <i>Уметь:</i> определить для конкретной задачи возможность применения тех или иных формул математической статистики. <i>Владеть:</i> навыками решения практических задач на основе математического аппарата математической статистики.
ПК-2	Способен подготовить элементы документации, проекты планов и программы проведения отдельных этапов работ	ПК-2.1	Осуществляет планирование и готовит программы проведения отдельных этапов работ	<i>Знать:</i> основные типы задач математической статистики и методы их решения. <i>Уметь:</i> осуществить подготовку исходной информации для применения методов математической статистики. <i>Владеть:</i> инструментальными средствами (ППП) решения основных типов задач математической статистики.
		ПК-2.2	Проводит эксперименты в соответствии с поставленными задачами по отдельным этапам работ	<i>Знать:</i> основные типы задач математической статистики и методы их решения. <i>Уметь:</i> осуществить подготовку исходной информации для применения методов математической статистики. <i>Владеть:</i> инструментальными средствами (ППП) решения основных типов задач

				математической статистики для проведения экспериментов
ПК-3		ПК-3.2	Применяет при обработке данных стандартное и оригинальное программное обеспечение	<i>Знать:</i> знает основные принципы математической статистики. <i>Уметь:</i> применять фундаментальные знания при обработке статистической информации. <i>Владеть:</i> математическими методами решения прикладных задач на основе знаний математической статистики.
ПК-4		ПК-4.2	Разрабатывает концептуальную модель прикладной области, проводит математическую формализацию и реализацию решения прикладных задач, разрабатывает технические спецификации на программные компоненты и их взаимодействие, и ИР.	<i>Знать:</i> основные типы задач математической статистики и методы их формализации для решения прикладных задач. <i>Уметь:</i> применять фундаментальные знания для решения прикладных задач в естественных науках, промышленности и бизнесе <i>Владеть:</i> математическими методами формализации прикладных задач в естественных науках, промышленности и бизнесе
ПК-5		ПК-5.2	Разрабатывает управленческое, организационное и технологическое обеспечение кодирования на языках программирования для решения прикладных задач в естественных науках, промышленности и бизнесе.	<i>Знать:</i> знает основные принципы математической статистики <i>Уметь:</i> применять фундаментальные знания для решения прикладных задач в естественных науках, промышленности и бизнесе <i>Владеть:</i> математическими методами решения прикладных задач в естественных науках, промышленности и бизнесе

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах: 3/108

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой, контрольная работа (1)

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			3 семестр	...
Контактная работа		64	64	...
в том числе:	лекции	32	32	
	практические	16	16	
	лабораторные	16	16	
Самостоятельная работа		44	44	
Промежуточная аттестация (зачет)		-	-	
Итого:		108	108	

а. **Содержание разделов дисциплины**

1. Лекции			
№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	
1.1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	Предмет и задачи математической статистики. Основы выборочного метода. Задачи математической статистики и вероятностно-статистическая модель. Выборка. Выборочные моменты. Порядковые статистики. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон частот. Асимптотическое поведение выборочных моментов. Теорема Слуцкого. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.	Онлайн курс «Теория вероятностей и математическая статистика» https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=17974
1.2	Точечные оценки параметров распределения	Точечные оценки и их свойства.: несмещенность, состоятельность, оптимальность. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации. Неравенство Рао- Крамера. Эффективные оценки. Достаточные статистики. Теорема Неймана-Фишера..	
1.3	Методы нахождения точечных оценок	Методы нахождения точечных оценок. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия Метод моментов.	
1.4	Распределения, связанные с нормальным распределением	Квадратичные и линейные формы от нормальных случайных величин, их свойства. Теорема Фишера. Распределение хи - квадрат (Пирсона); свойства распределения; числовые характеристики. Распределение Стьюдента; его свойства; числовые характеристики. Распределение Фишера-	

		Снедекора; его свойства и числовые характеристики.
1.5	Интервальное оценивание	Построение доверительных интервалов с помощью центральной статистики. Построение доверительных интервалов для параметров нормальной генеральной совокупности. Построение асимптотического доверительного интервала.
1.6	Проверка статистических гипотез	Проверка простых параметрических гипотез. Рандомизированные и нерандомизированные критерии. Вероятности ошибочных решений. Функция мощности. Равномерно наиболее мощные критерии. Выбор из двух простых гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка статистических гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка сложных параметрических гипотез.
1.7	Критерии согласия и однородности	Проверка гипотез о законе распределения. Критерий согласия хи-квадрат. Критерий согласия Колмогорова. Критерий однородности хи-квадрат. Критерий однородности Колмогорова-Смирнова.
1.8	Метод наименьших квадратов	Метод наименьших квадратов и функция регрессии. Оценка параметров методом наименьших квадратов и ее свойства. Функция регрессии. Оценка параметров линейной регрессии.
2. Практические занятия		
2.1	Основы выборочного метода.	
2.2	Задача определения точечных оценок неизвестных параметров распределения. Методы нахождения точечных оценок.	
2.3	Интервальное оценивание неизвестных параметров распределения.	
2.4	Проверка статистических гипотез.	
2.5	Критерии согласия и однородности.	

б. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Задачи математической статистики.	4	2	2	4	12

	Основы выборочного метода					
2	Точечные оценки параметров распределения	6	2	4	6	18
3	Методы построения точечных оценок	4	2	-	5	11
4	Распределения, связанные с нормальным распределением	4	-	-	6	10
5	Интервальное оценивание	4	3	4	6	17
6	Проверка статистических гипотез	6	4	4	9	23
7	Критерии согласия И однородности	2	1	-	4	7
8	Метод наименьших квадратов	2	2	2	4	10
	Итого:	32	16	16	44	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Аудиторные и внеаудиторные (самостоятельные) формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им целостной системы знаний по дисциплине «Математическая статистика». Изучение каждой темы следует начинать с внимательного ознакомления с набором вопросов. Они ориентируют обучающегося, показывают, что он должен знать по данной теме. Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- ☐ изучение понятийного аппарата дисциплины;
- ☐ изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- ☐ работу над основной и дополнительной литературой;
- ☐ изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- ☐ самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- ☐ самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену;
- ☐ самостоятельная работа студента в библиотеке;
- ☐ изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем. При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 320 с. – ISBN 978-5-8114-10798. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/167844 .

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. Санкт-Петербург : Лань, 2021. 320 с. ISBN 978-5-8114-1429-1. Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. URL: https://e.lanbook.com/book/168478 .
3	Колемаев В.А., Калинин В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика // В.А. Колемаев, В.Н. Калинин, 2017. 352с. Текст: электронный // Университетская библиотека онлайн. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=692063
4	Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами, 2007. 232 с. Текст: электронный // Университетская библиотека онлайн. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=69320
5	Двойцова, И. Н. Элементы теории вероятностей и математической статистики. Сборник задач для обучающихся: учебное пособие / И. Н. Двойцова. — Санкт-Петербург : СПбУ ГПС МЧС России, 2021. — 136 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/201848 (дата обращения: 10.02.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
6	Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: https://e.lanbook.com
7	Теория вероятностей и Математическая статистика (01.03.02) - Образовательный портал – Режим доступа https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=17974
8	https://intuit.ru/studies/curriculum/16083/video_courses/493/info Теория вероятностей и математическая статистика / НОУ ИНТУИТ
9	Электронно-библиотечная система «Лань». – Режим доступа: https://e.lanbook.com

16. Перечень учебно-методического обеспечения

№ п/п	Источник
10	Теория вероятностей и Математическая статистика (01.03.02) - Образовательный портал – Режим доступа https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=17974

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайнкурс «Теория вероятностей и математическая статистика», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также интернетресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-технического обеспечения дисциплины:

Учебная аудитория для проведения лекций, практических, лабораторных занятий, организации самостоятельной работы, проведения текущих и промежуточных аттестаций: специализированная мебель, доска маркерная или меловая, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), допускается использование переносного оборудования.

Программное обеспечение:

ОС Windows8 (10), интернет-браузер (GoogleChrome, MozillaFirefox), с возможностью подключения к сети «Интернет» и платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), ПО AdobeReader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (MS Office, Мой Офис, LibreOffice).

Мебель и оборудование	Программное обеспечение
Лекции	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО; Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)
Практические занятия	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО; Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)
Лабораторные занятия	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО; Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО), Anaconda (Python, свободное или бесплатное ПО)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода		ОПК-1.1, ОПК-2.1	Практико-ориентированные задания
2	Точечные оценки параметров распределения.		ОПК-2.2 ОПК-5.2	Лабораторная работа 1
3	Методы построения точечных оценок		ОПК-2.2 ОПК-3.2	Лабораторная работа 2
4	Распределения, связанные с		ОПК-2.1	Практико-ориентированные задания

	нормальным распределением			
5	Интервальное оценивание		ОПК-4.2 ОПК-5.2	Практико-ориентированные задания
6	Критерии согласия и однородности		ОПК-5.2	Лабораторная работа 3
7	Проверка статистических гипотез		ОПК-4.2 ОПК-5.2	Лабораторная работа 4
8	Метод наименьших квадратов		ОПК-4.2	Практико-ориентированные задания
Промежуточная аттестация: форма контроля – зачет с оценкой				Перечень вопросов заданий

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: устного опроса; защиты лабораторных работ, выполнения контрольных работ.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме зачета с оценкой и экзамена. Для получения положительной итоговой оценки необходимо выполнение всех лабораторных и контрольных работ.

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью практико-ориентированные заданий и лабораторных работ.

Перечень вопросов для зачета

Теоретические вопросы к контрольной

1. Что такое математическая статистика.
2. Какие основные задачи математической статистики.
3. Что такое вариационный ряд, статистический ряд.
4. Что такое гистограмма частот, полигон частот.
5. Что такое эмпирическая функция распределения.
6. Формула выборочного математического ожидания и выборочной дисперсии (несмещенной выборочной дисперсии) для группированной и не группированной выборки
7. Выборочные начальные и центральные моменты порядка s для группированной и не группированной выборки
8. Выборочная мода и выборочная медиана
9. Выборочный коэффициент ковариации и корреляции
10. Что такое точечная оценка
11. Что такое состоятельная оценка

12. Что такое несмещенная оценка
13. Что такое эффективная оценка. Неравенство Рао-Крамера
14. Что такое функция правдоподобия
15. Опишите кратко суть метода моментов.
16. Опишите кратко суть максимального правдоподобия
17. Что такое доверительный интервал
18. Сформулируйте задачу проверки статистических гипотез
19. Что такое простая гипотеза и сложная гипотезы
20. Что такое ошибка первого рода при проверке статистических гипотез
21. Что такое ошибка второго рода при проверке статистических гипотез
22. Теорема Неймана-Пирсона.
23. Запишите задачи линейного регрессионного анализа

Лабораторные работы

Задания лабораторных работ, методические указания по их выполнению, требования к оформлению сформулированы в пп. 7, 10 (15, 16) Перечня литературы и учебно-методического обеспечения. Каждая лабораторная работа содержит практико-ориентированное задание, которое выполняется с помощью пакета Anaconda, язык Python. Оценивание лабораторной работы осуществляется на основе отчета в шкале 2-5.

Отлично	В отчете представлен теоретический минимум по теме лабораторной работы; проведен анализ задачи и получено ее решение с использованием ППП или на основе разработанной компьютерной программы; проведен анализ полученного решения и сделаны выводы; отчет аккуратно оформлен.
Хорошо	В отчете представлен теоретический минимум; в анализе задачи и/или в представленном решении имеются незначительные погрешности; отсутствуют некоторые практические выводы; имеются незначительные замечания по оформлению.
Удовлетворительно	В отчете представлен теоретический минимум; не проведен анализ задачи, но получено решение, по которому имеются незначительные замечания; отсутствуют анализ решения и выводы; имеются незначительные замечания по оформлению.
Неудовлетворительно	Задание лабораторной работы выполнено с грубыми ошибками; отчет оформлен неаккуратно.

Примеры практико-ориентированных заданий

1. Вычислить моду, медиану, среднее и второй начальный момент: 92, 94, 103, 105, 106, 97, 100, 101, 105, 99.

2. Найти методом максимального правдоподобия по выборке $x_1, x_2, \dots, x_n$ точечную оценку параметра a распределения Рэлея, плотность которого $f(x) = \frac{x}{a^2} e^{-\frac{x^2}{2a^2}}$ ($x > 0$).

3. По данным выборки объема $n=10$ из генеральной совокупности нормально распределенного признака найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s=5,1$. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение σ с надежностью 0,99.

4. В итоге проверки на нестандартность 200 ящиков консервов получено следующее эмпирическое распределение (в первой строке указано количество x_i нестандартных

коробок консервов в одном ящике; во второй строке – частота n_i , т.е. число ящиков, содержащих x_i коробок нестандартных консервов):

x_k	0	1	2	3	4
n_k	132	43	20	3	2

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина X – число нестандартных коробок – распределена по закону Пуассона.

5. В таблице представлены данные о производстве электроэнергии в России за 1998-2003 гг.

Год	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Производство, млрд кВт.ч	827	846	878	891	891	915

Предполагается, что имеет место линейная зависимость $y_i = a + bx_i + \varepsilon_i$. Оценить параметры a и b , сделать прогноз на 2004 год по производству электроэнергии.

6. Сформулируйте задачу проверки статистических гипотез

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета с оценкой. Оценивание обучающихся осуществляется в соответствии со следующими **критериями**:

- решение практико-ориентированных на практических занятиях;
- выполнение лабораторных работ (средний балл).

Отлично	Решены все практико-ориентированные задания, выданные преподавателем на практических занятиях; средний балл по лабораторным работам составляет 4-5.
Хорошо	Решено большинство практико-ориентированных заданий; средний балл по лабораторным работам составляет 3.5-4.
Удовлетворительно	Решено менее половины практико-ориентированных заданий; средний балл по лабораторным работам составляет 3-3.5.
Неудовлетворительно	Решено значительно менее половины практико-ориентированных заданий; средний балл по лабораторным работам составляет менее 3 баллов.

20.3 Тестовые задания для проведения диагностических работ

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Вопросы с вариантами ответов

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. К оценкам генеральной совокупности предъявляются следующие требования:

- а) Оценка должна быть стационарной, эргодичной и эффективной;
 - б) Оценка должна быть состоятельной, эргодичной и эффективной;
 - в) Оценка должна быть несмещенной, стационарной и эффективной;
 - г) Оценка должна быть состоятельной, эффективной и несмещенной;
- Ответ: г)

2. Статистической гипотезой называют:

- а) Предположение относительно параметров и вида закона распределения генеральной совокупности;
 - б) Предположение относительно объема генеральной совокупности;
 - в) Предположение относительно параметров и вида закона распределения выборки;
 - г) Предположение относительно объема выборочной совокупности;
- Ответ: в)

3. При проверки статистической гипотезы ошибка первого рода это:

- а) Принятие в действительности неверной гипотезы;
 - б) Отвержение в действительности правильной гипотезы;
 - в) Принятие в действительности правильной гипотезы;
 - г) Отвержение в действительности неправильной гипотезы;
- Ответ: в)

4. В критерии Колмогорова за меру качества согласия эмпирического и теоретического распределения принимается:

- а) Максимальное расхождение модуля разности между эмпирической и теоретической функциями распределения;
 - б) Максимальное расхождение по модулю между теоретической и эмпирической частотами попадания случайной величины в интервал;
 - в) Среднее квадратичное отклонение между теоретической и эмпирической частотами попадания случайной величины в интервал;
 - г) Максимальное расхождение модуля разности между эмпирической и теоретической функциями плотности распределения;
- Ответ: а)

Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Должен быть сформулирован ответ из указанных вариантов (один или несколько) или аналогичные по сути ответы с альтернативными терминами и определениями	2 балла
Неверный ответ	0 баллов

2 – верный ответ

0 – неверный ответ

1. В чем заключается метод максимального правдоподобия оценки неизвестных параметров.

2. Что такое доверительный интервал

Тестовые задания рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения дисциплины.